

CONCURS DE ADMITERE, 12 septembrie 2018
Proba scrisă la MATEMATICĂ

NOTĂ IMPORTANTĂ:

1) Problemele tip grilă (Partea A) pot avea unul sau mai multe răspunsuri corecte. Acestea trebuie indicate de candidat pe foaia de concurs. Obținerea punctajului aferent problemei este condiționată de identificarea tuturor variantelor de răspuns corecte și numai a acestora.

2) Pentru problemele din Partea B se cer rezolvări complete pe foaia de concurs. Acestea sunt evaluate în detaliu conform baremului.

PARTEA A

1. (5 puncte) Intersecția cu axa Ox a graficului funcției

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2^{x^2} - 4, & \text{dacă } x < 2 \\ x - 2, & \text{dacă } x \geq 2 \end{cases}$$

$\boxed{\text{A}}$ este mulțimea vidă; $\boxed{\text{B}}$ este o mulțime cu un element; $\boxed{\text{C}}$ este o mulțime cu două elemente; $\boxed{\text{D}}$ este o mulțime cu trei elemente; $\boxed{\text{E}}$ este o mulțime cu patru elemente.

2. (5 puncte) Considerăm tripletul $(\mathbb{R}, +, \cdot)$, unde \mathbb{R} este mulțimea numerelor reale și $+$, \cdot sunt operațiile uzuale de adunare și înmulțire. Stabiliți care dintre afirmațiile de mai jos sunt adevărate:

$\boxed{\text{A}}$ $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ este un grup; $\boxed{\text{B}}$ $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ este un inel; $\boxed{\text{C}}$ $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ este un corp; $\boxed{\text{D}}$ $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ este un inel care nu este corp; $\boxed{\text{E}}$ $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ nu este inel.

3. (5 puncte) Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin^2 x)}{x \cdot \operatorname{tg}(2x)}$ este

$\boxed{\text{A}}$ $-\infty$; $\boxed{\text{B}}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{\text{C}}$ 2; $\boxed{\text{D}}$ $+\infty$; $\boxed{\text{E}}$ 0.

4. (5 puncte) Într-un reper cartezian xOy , se consideră un triunghi echilateral OAB de latură ℓ astfel încât vârful A să aparțină dreptei de ecuație $x - \sqrt{3}y = 0$. Coordonatele vârfului B pot fi:

$\boxed{\text{A}}$ $(0, \ell)$; $\boxed{\text{B}}$ $\left(\frac{\ell\sqrt{3}}{2}, -\frac{\ell}{2}\right)$; $\boxed{\text{C}}$ $(0, -\ell)$; $\boxed{\text{D}}$ $\left(-\frac{\ell\sqrt{3}}{2}, \frac{\ell}{2}\right)$; $\boxed{\text{E}}$ $\left(-\frac{\ell\sqrt{3}}{2}, -\frac{\ell}{2}\right)$.

5. (5 puncte) Dacă $\cos \beta$ este media geometrică a numerelor $\sin \alpha$ și $\cos \alpha$, unde $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$, atunci $\cos 2\beta$ este egal cu:

$\boxed{\text{A}}$ $-2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$; $\boxed{\text{B}}$ $-2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$; $\boxed{\text{C}}$ $2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$; $\boxed{\text{D}}$ $2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$; $\boxed{\text{E}}$ $2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

6. (5 puncte) Considerăm funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x) = x^2 + \frac{2}{x}, \quad \forall x \in \mathbb{R}^*.$$

Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

$\boxed{\text{A}}$ f nu are asimptotă oblică; $\boxed{\text{B}}$ f are un singur punct de minim local; $\boxed{\text{C}}$ ecuația $f(x) = 3$ admite soluția $x = 1$; $\boxed{\text{D}}$ f este monotonă pe \mathbb{R}^* ; $\boxed{\text{E}}$ f este convexă pe \mathbb{R}^* .

PARTEA B

1. a) (8 puncte) Să se găsească toate perechile de numere reale cu proprietatea că atât suma cât și produsul numerelor este -2 .

b) (12 puncte) Să se determine rangul matricei $A = \begin{pmatrix} a & a & a & 1 \\ a & a^2 & 4 & 1 \\ a & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Discuție după parametrul real a .

2. a) (8 puncte) Fie P și Q mijloacele diagonalelor $[AC]$, respectiv $[BD]$ ale unui patrulater convex $ABCD$.

1. Demonstrați că $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC})$.

2. Demonstrați că dacă $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 3\overrightarrow{PQ}$, atunci patrulaterul $ABCD$ este un paralelogram.

b) (7 puncte) Demonstrați egalitatea:

$$\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4.$$

3. Fie a, b numere reale. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & x \leq 0 \\ x - 1, & x > 0 \end{cases}.$$

a) (10 puncte) Determinați numerele a, b pentru care f este derivabilă și f' este continuă.

b) (8 puncte) Determinați primitivele funcției f în cazul în care acestea există.

c) (7 puncte) Calculați integrala $\int_{-1}^1 f(x) dx$ în cazul $a = 1$ și $b = -1$.

NOTĂ:

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Răspunsuri și soluții

PARTEA A

1. \boxed{D} ; 2. \boxed{B}, \boxed{C} ; 3. \boxed{B} ; 4. $\boxed{A}, \boxed{B}, \boxed{C}, \boxed{D}$; 5. \boxed{A}, \boxed{B} ; 6. $\boxed{A}, \boxed{B}, \boxed{C}$.

PARTEA B

1. a) Două numere $a, b \in \mathbb{R}$ verifică proprietatea din enunț dacă și numai dacă

$$\begin{cases} a + b = -2 \\ ab = -2 \end{cases}$$

ceea ce e echivalent cu faptul că a și b sunt cele 2 rădăcini ale trinomului $X^2 + 2X - 2$.

Folosind formula de rezolvare a ecuației de gradul 2 găsim aceste rădăcini:

$$x_1 = -1 + \sqrt{3}, \quad x_2 = -1 - \sqrt{3}$$

Prin urmare, $(a, b) \in \{(x_1, x_2), (x_2, x_1)\}$, iar perechile căutate sunt

$$(-1 + \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3}) \text{ și } (-1 - \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3}).$$

Observație: În cazul în care raționamentul nu este organizat ca un șir de echivalențe, completarea soluției se face prin verificarea rezultatelor obținute.

1. b) Întrucât $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 6 \neq 0$, avem $\text{rang } A \geq 2$.

Bordarea acestui minor cu elemente din coloana 1 conduce la minorul de ordinul 3

$$\begin{vmatrix} a & a & 1 \\ a & 4 & 1 \\ a & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

care este nul deoarece are două coloane proporționale.

Așadar, pentru a afla rangul matricei A avem de calculat determinantul

$$d = \begin{vmatrix} a & a & 1 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

Scădem ultima linie din prima și obținem ca factor pe $a + 2$, iar pentru a calcula determinantul rămas, adunăm dublul primei linii la ultima și dezvoltăm determinantul obținut după ultima linie. Obținem succesiv:

$$\begin{aligned} d &= \begin{vmatrix} a+2 & a+2 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (a+2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (a+2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= (a+2)(4 - a^2) = (2+a)^2(2-a). \end{aligned}$$

Cum $d = 0$ dacă și numai dacă $a \in \{-2, 2\}$, avem:

- i) pentru $a \in \{-2, 2\}$, $\text{rang } A = 2$,
- ii) pentru $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$, $\text{rang } A = 3$.

2. a) 1. Fie O un punct oarecare al planului. Putem scrie

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}.$$

Dar OP este mediana triunghiului OAC , care pleacă din O , așa cum OQ este mediana triunghiului OBD care pleacă din O , de aceea avem

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC})$$

și

$$\overrightarrow{OQ} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}).$$

Așadar,

$$\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) - \frac{1}{2} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) = \frac{1}{2} (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} - (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB})).$$

Pe de altă parte,

$$\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} \quad \text{și} \quad \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BC},$$

deci

$$\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}).$$

2. Din punctul precedent rezultă că

$$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC} \equiv \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{PQ}.$$

Dacă, pe de altă parte, conform ipotezei, avem

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 3\overrightarrow{PQ},$$

deducem că $2\overrightarrow{PQ} = 3\overrightarrow{PQ}$, adică $\overrightarrow{PQ} = 0$ sau $P = Q$. Prin urmare, diagonalele patrulaterului convex $ABCD$ se înjumătățesc, adică patrulaterul este un paralelogram.

2. b) Înmulțim ambii membri cu numărul (evident, diferit de zero) $\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ$. Egalitatea dată este, prin urmare, echivalentă cu egalitatea

$$\cos 10^\circ - \sqrt{3} \sin 10^\circ = 4 \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ. \quad (*)$$

Mai departe, egalitatea (*) se poate scrie

$$2 \left(\frac{1}{2} \cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ \right) = 4 \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ$$

sau

$$\sin 30^\circ \cos 10^\circ - \cos 30^\circ \sin 10^\circ = 2 \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ$$

sau, în final,

$$\sin 20^\circ = \sin 20^\circ.$$

3. a) Pentru ca f să fie derivabilă pe \mathbb{R} , trebuie să fie continuă. În punctele $x_0 \neq 0$ f este continuă, fiind o funcție polinomială într-o vecinătate suficient de mică a lui x_0 . Pentru $x_0 = 0$ avem $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = b$,

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -1$, deci f este continuă dacă și numai dacă $b = -1$. Pe intervalul $(-\infty, 0)$ funcția este

$f(x) = x^2 + ax + b$, deci pe acest interval $f'(x) = 2x + a$, fiind o funcție de gradul doi pe acest interval.

Pe intervalul $(0, +\infty)$ funcția este $f(x) = x - 1$, deci pe acest interval $f'(x) = 1$. Cum $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f'(x) = a$,

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f'(x) = 1$, pentru $a \neq 1$ funcția f nu este derivabilă în punctul $x = 0$ (dacă ar fi derivabilă, atunci

f' ar avea proprietatea lui Darboux, deci nu ar admite punct de discontinuitate de speța I.). Pentru $a = 1$ din consecința teoremei lui Lagrange obținem că f este derivabilă în $x = 0$ și $f'(0) = 1$, deci în acest caz f este derivabilă pe \mathbb{R} și f' continuă pe \mathbb{R} . Astfel f este derivabilă dacă și numai dacă $a = 1$ și $b = -1$ iar în acest caz f' este continuă.

b) Pentru ca f să admită primitive trebuie să aibă proprietatea lui Darboux. Din relațiile $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = b$,

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -1$, deducem că f are proprietatea lui Darboux dacă și numai dacă $b = -1$. Pentru $b = -1$

funcția f este continuă, deci admite primitive. Folosind consecința teoremei lui Lagrange pe intervalele $(-\infty, 0)$ și $(0, \infty)$, orice primitivă $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a lui f are forma

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} + a\frac{x^2}{2} - x + c_1, & x < 0 \\ c_2, & x = 0 \\ \frac{x^2}{2} - x + c_3, & x > 0 \end{cases}$$

F fiind derivabilă este și continuă, deci

$$F(0) = c_2 = c_1 = c_3.$$

Astfel primitivele lui f au forma

$$F(x) = c + \begin{cases} \frac{x^3}{3} + a\frac{x^2}{2} - x, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{2} - x, & x > 0 \end{cases}.$$

c) În cazul $b = -1$ funcția f este continuă, deci este integrabilă și admite primitive. Astfel putem folosi formula Newton-Leibniz:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = F(1) - F(-1) = \frac{1}{2} - 1 - \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1\right) = -\frac{5}{3}.$$

Observație: Integrala poate fi calculată și fără forma exactă a primitivei dacă o descompunem în două:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$$

BAREM DE CORECTARE

PARTEA A

1. \boxed{D} 5 p
2. \boxed{B}, \boxed{C} 5 p
3. \boxed{B} 5 p
4. $\boxed{A}, \boxed{B}, \boxed{C}, \boxed{D}$ 5 p
5. \boxed{A}, \boxed{B} 5 p
6. $\boxed{A}, \boxed{B}, \boxed{C}$ 5 p

PARTEA B

1. a) Două numere $a, b \in \mathbb{R}$ verifică proprietatea din enunț dacă și numai dacă

$$\begin{cases} a + b = -2 \\ ab = -2 \end{cases} \dots\dots\dots 2p$$

ceea ce e echivalent cu faptul că a și b sunt cele 2 rădăcini ale trinomului $X^2 + 2X - 2$ 2p

Folosind formula de rezolvare a ecuației de gradul 2 găsim aceste rădăcini:

$$x_1 = -1 + \sqrt{3}, x_2 = -1 - \sqrt{3} \dots\dots\dots 2p$$

Prin urmare, $(a, b) \in \{(x_1, x_2), (x_2, x_1)\}$, iar perechile căutate sunt

$$(-1 + \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3}) \text{ și } (-1 - \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3}) \dots\dots\dots 2p$$

Observație: În cazul în care raționamentul nu este organizat ca un șir de echivalențe, completarea soluției se face prin verificarea rezultatelor obținute.

1. b) Întrucât $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 6 \neq 0$, avem $\text{rang } A \geq 2$ 3p

Bordarea acestui minor cu elemente din coloana 1 conduce la minorul de ordinul 3

$$\begin{vmatrix} a & a & 1 \\ a & 4 & 1 \\ a & -2 & 1 \end{vmatrix} \text{ care este nul deoarece are două coloane proporționale} \dots\dots\dots 2p$$

Așadar, pentru a afla rangul matricei A avem de calculat determinantul $d = \begin{vmatrix} a & a & 1 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

$$\begin{aligned} \text{Avem } d \stackrel{l_1 - l_3}{=} & \begin{vmatrix} a+2 & a+2 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (a+2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix} \stackrel{l_3 + 2l_1}{=} (a+2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a^2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \\ & = (a+2)(4 - a^2) = (2+a)^2(2-a) \dots\dots\dots 4p \end{aligned}$$

$$d = 0 \Leftrightarrow a \in \{-2, 2\} \dots\dots\dots 1p$$

Pentru $a \in \{-2, 2\}$, $\text{rang } A = 2$ 1p

Pentru $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$, $\text{rang } A = 3$ 1p

2. a) 1. Fie O un punct oarecare al planului.

(i) $\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP}$ 1p

(ii) OP și OQ sunt medianele din O în triunghiurile OAC , respectiv OBD 1p

(iii) $\vec{OP} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OC})$ și $\vec{OQ} = \frac{1}{2}(\vec{OB} + \vec{OD})$ 1p

(iv) $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{OB} + \vec{OD}) - \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OC}) = \frac{1}{2}(\vec{OD} - \vec{OA} - (\vec{OC} - \vec{OB}))$ 1p

(v) $\vec{OD} - \vec{OA} = \vec{AD}$ și $\vec{OC} - \vec{OB} = \vec{BC}$ 1p

(vi) $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} - \vec{BC})$ 1p

2.

(i) $\vec{AD} - \vec{BC} \equiv \vec{AD} + \vec{CB} = 2\vec{PQ}$ 0.5p

(ii) $\vec{AD} + \vec{CB} = 3\vec{PQ} \implies 2\vec{PQ} = 3\vec{PQ} \implies \vec{PQ} = 0$ sau $P = Q \implies ABCD$ - paralelogram. ... 1.5p

2. b)

(i) $\sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ \neq 0$ 1p

(ii) Egalitatea dată este echivalentă cu $\cos 10^\circ - \sqrt{3} \sin 10^\circ = 4 \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ$ 1p

(iii) sau cu $2 \left(\frac{1}{2} \cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ \right) = 4 \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ$ 2p

(iv) sau $\sin 30^\circ \cos 10^\circ - \cos 30^\circ \sin 10^\circ = 2 \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ$ 2p

(v) sau, în final, $\sin 20^\circ = \sin 20^\circ$ 1p

3. a) Pentru ca f să fie derivabilă pe \mathbb{R} , trebuie să fie continuă. În punctele $x_0 \neq 0$ f este continuă, fiind o funcție polinomială într-o vecinătate suficient de mică a lui x_0 . Pentru $x_0 = 0$ avem $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = b$,

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -1$, deci f este continuă dacă și numai dacă $b = -1$ 4 p

Pe intervalul $(-\infty, 0)$ funcția este $f(x) = x^2 + ax + b$, deci pe acest interval $f'(x) = 2x + a$, fiind o funcție de gradul doi pe acest interval. Pe intervalul $(0, +\infty)$ funcția este $f(x) = x - 1$, deci pe acest interval $f'(x) = 1$. Cum $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f'(x) = a$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f'(x) = 1$, pentru $a \neq 1$ funcția f nu este derivabilă în punctul $x = 0$ (dacă ar fi derivabilă, atunci f' ar avea proprietatea lui Darboux, deci nu ar admite punct de discontinuitate de speța I.). 4 p

Pentru $a = 1$ din consecința teoremei lui Lagrange obținem că f este derivabilă în $x = 0$ și $f'(0) = 1$, deci în acest caz f este derivabilă pe \mathbb{R} și f' continuă pe \mathbb{R} 1 p

Astfel f este derivabilă dacă și numai dacă $a = 1$ și $b = -1$ și iar acest caz f' este continuă. . 1 p

b) Pentru ca f să admită primitive trebuie să aibă proprietatea lui Darboux. Din relațiile $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = b$,

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -1$, deducem că f are proprietatea lui Darboux dacă și numai dacă $b = -1$. Pentru $b = -1$ funcția f este continuă, deci admite primitive. 2 p

Folosind consecințele teoremei lui Lagrange pe intervalele $(-\infty, 0)$ și $(0, \infty)$, orice primitivă

$$F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ a lui } f \text{ are forma } F(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} + a\frac{x^2}{2} - x + c_1, & x < 0 \\ c_2, & x = 0 \\ \frac{x^2}{2} - x + c_3, & x > 0 \end{cases} \dots\dots\dots 4 p$$

F fiind derivabilă este și continuă, deci $F(0) = c_2 = c_1 = c_3$ 1 p

Astfel primitivele lui f au forma $F(x) = c + \begin{cases} \frac{x^3}{3} + a\frac{x^2}{2} - x, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{2} - x, & x > 0 \end{cases} \dots\dots\dots 1 p$

c) Pentru $b = -1$ funcția f este continuă, deci este integrabilă și admite primitive. 2 p

Folosim formula Newton-Leibniz: $\int_{-1}^1 f(x) dx = F(1) - F(-1) = \frac{1}{2} - 1 - \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1\right) = -\frac{5}{3}$. 5 p

Observație: Integrala poate fi calculată și fără forma exactă a primitivei dacă o descompunem în două:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$$

În acest caz se vor acorda câte 2 puncte pentru descompunerea integralei și pentru calculul celor două integrale, iar 1 punct pentru rezultatul final.

NOTĂ: La toate problemele din partea B orice altă soluție corectă va fi punctată corespunzător.